

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра математического анализа и дифференциальных уравнений

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат 03C1BBABF83E153235592ADEEC463FDD
Владелец МАШАРОВ ПАВЕЛ АНАТОЛЬЕВИЧ
Действителен с 06.07.2026 по 29.09.2027
Должность проректор

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П.А. Машаров
«16» апреля 2026 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

НЕРАВЕНСТВА

Укрупненная группа направлений подготовки	01.00.00 Математика и механика
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки / Специальность	01.03.01 Математика
Направленность (профиль) образовательной программы	Математика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2026

Рабочая программа дисциплины **«Неравенства»** для обучающихся по направлению подготовки 01.03.01 Математика (Профиль: Математика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 г. № 8 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2026 года.

Разработчик:

Старший преподаватель кафедры
математического анализа и
дифференциальных уравнений,
канд. физ.-мат. наук

А. Ю. Иванов

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений.

Протокол от 14.04.2026 № 8

Заведующий кафедрой

В.В. Волчков

СОГЛАСОВАНО:

Врио декана факультета математики и
информационных технологий
16.04.2026

Н.Е. Мащенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.

Протокол от 15.04.2026 № 3

Председатель

Ю.В. Абраменкова

Руководитель основной образовательной
программы, д-р физ.-мат. наук, проф.
14.04.2026

В.В. Волчков

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы; Математический анализ, Комплексный анализ, Дифференциальные уравнения, Функциональный анализ.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Специальные курсы, выпускная квалификационная работа, Производственная практика: научно-исследовательская работа, Преддипломная практика.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	01.03.01 Математика (Профиль: Математика)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ДВ.1.1 Неравенства
Часть образовательной программы	Вариативная часть: выбор обучающегося
Количество зачетных единиц / всего часов	4 / 144

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы + контроль	всего	
Очная	4	7	26	0	39	79	144	экзамен
Очная, всего			26	0	39	79	144	

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Подготовка к изучению некоторых разделов математического анализа, специальных курсов. Ознакомление студентов с полезными и важными неравенствами, изучение которых не входит в основные курсы анализа, а также демонстрация возможностей их использования в математическом и функциональном анализе, дифференциальных уравнениях. Развитие у студентов логического мышления, математической интуиции и культуры.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

ПК-2. Способен осуществлять педагогическую деятельность по реализации программ основного общего и среднего общего образования в рамках модуля «Предметное обучение. Математика».

4.2. Индикаторы компетенций

ПК-2.3. Применяет классические методы решения и доказательства неравенств при осуществлении педагогической деятельности в рамках модуля «Предметное обучение. Математика».

4.3. Результаты обучения

ПК-2.3.1. Знает определения и утверждения, методы решения задач, приёмы доказательства классических неравенств.

ПК-2.3.2. Владеет методами доказательства неравенств, используя метод математической индукции, основные классические неравенства и средства математического анализа.

ПК-2.3.3. Умеет решать неравенства различного характера.

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
1. Основные неравенства	1.1.Неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим, различные доказательства. 1.2.Неравенства Юнга, Минковского Гельдера. 1.3.Неравенства для дифференциальных операторов, неравенства Секефальви-Надя. 1.4.Неравенство Беккенбаха. 1.5.Неравенство Стеффенсена.
2. Вокруг принципа максимума модуля	2.1.Доказательство Ландау принципа максимума модуля. 2.2.Неравенство Коши, теорема Лиувилля, лемма Бернштейна о росте полиномов.
3. Элементарные средние значения	3.1.Обычные средние, взвешенные средние. 3.2.Обобщения классических неравенств. 3.3.Суммы $\sigma_r(a)$. 3.4.Неравенство Чебышева, неравенство Виртингера.

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 4, семестр – 7

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
1.Основные неравенства	14	0	20	42	76
2.Вокруг принципа максимума модуля	4	0	3	13	20
3.Элементарные средние значения	8	0	16	24	48
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	26	0	39	79	144
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОПОП	26	0	39	79	144

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

1. Неравенство Коши между средним арифметическим и средним геометрическим, его различные доказательства.
2. Пропорциональные последовательности. Обыкновенные средние. Взвешенные средние.
3. Неравенства Чебышева, Виртингера, Гельдера, Минковского, Юнга, Беккенбаха, Стеффенсона, Бернулли, Коши-Буняковского, Йенсена
4. Неравенство связывающее u, u', u'' .
5. Принцип максимума модуля. Доказательство Ландау. Неравенство Коши роста коэффициентов ряда Макларена голоморфной функции. Теорема Лиувилля.
6. Теорема о соотношении геометрического среднего и элементарных средних.

7.2. Темы докладов (рефератов)

1. Неравенство Коши. Доказательство Якобсталя.
2. Неравенство Коши. Доказательство Бора.
3. Неравенство Стеффенсона.
4. Неравенство Беккенбаха.
5. Неравенство Виртингера.
6. Другие неравенства Минковского.
7. Неравенство Бернштейна и М.Рисса для производных.
8. Неравенства для промежуточных производных.

7.3. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике включают задания указанных типов.

Применение метода математической индукции к решению задач; доказательства и решение неравенств при помощи классических неравенств; доказательство неравенств методами комплексного анализа; доказательство неравенств при помощи методов дифференциально-интегрального счисления.

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по изученным темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.4. Образец содержания экзаменационного билета

- 1) Неравенство связывающее u, u', u'' .
- 2) Неравенство Коши между средним арифметическим и средним геометрическим. Доказательство Коши.
- 3) Предельные теоремы элементарных средних
- 4) Неравенство Минковского в интегральной форме.
- 5) При условии, что $a, b, c \geq 0, a + b + c = 1$. Доказать $(1+a)(1+b)(1+c) \geq 8(1-a)(1-b)(1-c)$.
- 6) $a, b > 0$, доказать, что $\frac{a^4 + a^2b^2 + b^4}{3} \geq \frac{a^3b + ab^3}{2}$

Доказать неравенство $n! < \left(\frac{n+1}{2}\right)^n, n > 1$

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку

8.1. Семестр 7

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1-3	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Контрольная работа по практике	20
	Доклад	30
	Итоговая контрольная работа	45
ИТОГО		100
Экзамен		100
Общий итог за семестр		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	
75-79	C		
70-74	D		
60-69	E	удовлетворительно	
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины могут применяться электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. **Колбин, В. В.** Специальные методы оптимизации : учебное пособие / В. В. Колбин. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 384 с. — ISBN 978-5-8114-1536-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211448> (дата обращения: 17.05.2026). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

10.2. Дополнительная литература

2. **Беккенбах, Э. Ф.** Неравенства / Э. Беккенбах, Р. Беллман ; Пер. с англ.: Г. И. Басса и др. ; Под. ред. В. И. Левина. - М. : Мир, 1965. - 276 с.

3. **Харди Г. Г.** Неравенства / Г. Г. Харди, Д. Е. Литтльвуд, Г. Поля ; Пер. с англ. В. И. Левина с доп. В. И. Левина и С. Б. Стечкина. - М. : Гос. изд-во иностр. лит., 1948. - 456 с.

4. **Кудрявцев Л. Д.** Сборник задач по математическому анализу. [Т. 1] : Предел. Непрерывность. Дифференцируемость / Л. Д. Кудрявцев, А. Д. Кутасов, В. И. Чехлов, М. И. Шабунин ; Под ред. Л. Д. Кудрявцева. - М. : Наука, 1984. - 592 с.

5. **Колмогоров, А. Н.** Элементы теории функций и функционального анализа : [Учеб. пособие мат. специальностей ун-тов] / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. - 5-е изд. - М. : Наука, 1981. - 543 с.

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU:** сайт / НЭБ (ООО). – Москва, 2000-. – URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. –Текст: электронный.

2. **Научная электронная библиотека «КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014-. – URL: <https://cyberleninka.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.

3. **Национальная подписка:** сайт / РЦНИ. – Москва, 2020- . – URL: <https://podpiska.rcsi.science/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: для авторизов.пользователей ДонГУ. – Текст: электронный.
4. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
5. **Образовательная платформа Юрайт:** сайт. – Москва, 2013- . – URL: <https://urait.ru/library/svobodnyy-dostup/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: издания свободного доступа, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронная библиотека РГБ:** раздел сайта / РГБ. – Текст: электронный // Российская государственная библиотека: официальный сайт. – <https://ldiss.rsl.ru/electroniclibrary>. – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – Виртуальный читальный зал РГБ на территории НБ ДонГУ.
7. **Электронно-библиотечная система Лань:** сайт / ЭБС Лань. – С.-Петербург, 2011- . – URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: издания Сетевой электронной библиотеки, для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
8. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
9. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.
10. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 08.04.2026). – Режим доступа: свободный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. РЕД ОС, Astra Linux (OEM).
2. OpenOffice, LibreOffice.